1.Klassenarbeit „Quadratische Gleichungen“ (Zeit ca. 45 Minuten)

1.Aufgabe

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen. Benutze wenigstens für a.) oder b.) die Lösungsformel (p/q-Formel)

a.) $x^2 + 3x - 18 = 0$

b.) $2x^2 + 5x + 4 = x^2 - 7 - 7x$

c.) $\dfrac{0{,}5x + 4}{x + 8} = \dfrac{x}{2}$

2.Aufgabe

Gegeben ist die Funktion: $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$

Bestimme die Nullstellen der Funktion und skizziere anschließend ohne weitere Rechnung den Graphen der Funktion f.

3.Aufgabe

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung: $-x \cdot \left(\frac{1}{3}x - 1\right) + \frac{4}{3} > 0$

4.Aufgabe

Clara kann nicht mehr erkennen, was als erste Zahl in der Klammer stand. Sie erinnert sich aber genau, dass die Gleichung nicht zwei sondern nu eine – und zwar eine positive – Lösung hatte. Wie heißt die unleserliche Zahl?

$x \cdot (?- 2x) = 18$ Anmerkung: Das Fragezeichen steht für die unleserliche Zahl.

5.Aufgabe

Herr Pipo möchte den Auslauf für seine Hühner vergrößern. Weil er kein Geld für neuen Hühnerdrahtzaun hat, macht er nur die 12m langen Seiten etwas kürzer und verlängert die 2m langen Seiten mit dem gewonnenen Draht. Hinterher hat sein Hühnerauslauf den doppelten Flächeninhalt. Um wie viel Meter verkürzt Herr Pipo die vorher 12m lange Seite?

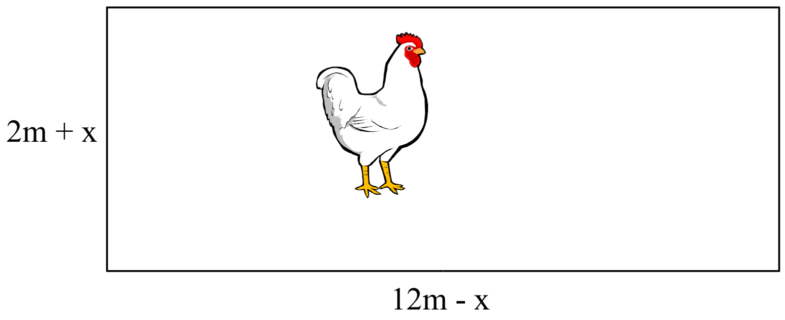

Abbildung: Herrn Pipos Hühnerstall

Lösungen zur 1.Klassenarbeit „Quadratische Gleichungen“

1. Aufgabe

a.) $x_1 = 3$ und $x_2 = -6$

b.) $x_1 = -1$ und $x_2 = -11$

c.) Achtung die Gleichung ist nicht für x = -8 definiert! Zuerst sollte die Gleichung mit beiden Nennern multipliziert werden, anschließend die Gleichung auflösen und zum Beispiel in die p/q-Formel einsetzen. Lösungen der quadratischen Gleichung sind dann $x_1 = 1$ und $x_2 = -8$. Da für x in die Ausgangsgleichung die – 8 nicht eingesetzt werden darf, ist nur $x_1 = 1$ Lösung der Ausgangsgleichung.

2. Aufgabe

Zur Bestimmung der Nullstellen die gegebene Funktion gleich null setzen. Es entsteht eine sogenannte biquadratische oder auch doppeltquadratische Gleichung. In der Regel wird x^2 durch zum Beispiel z ersetzt (sogenanntes Substitutionsverfahren). Es entsteht eine quadratische Gleichung mit der Variablen z. Lösungen für z sind: $z_1 = 1$ und $z_2 = 5$.
Jetzt muss nur noch auf die Variable x zurückgerechnet werden (sogenannte Rücksubstitution). Es wird also $x^2 = z$ gesetzt. Als Ergebnisse für x ergeben sich: $x_{1,2} = \pm 1$ und $x_{3,4} = \pm\sqrt{5}$.

3. Aufgabe

Für die Berechnung einer Ungleichung ist zu beachten, dass sich bei der Multiplikation oder Division mit einer negativen Zahl sich das Ungleichzeichen umdreht! Nach den üblichen Umformungen ist folgende quadratische Ungleichung zu lösen: $x^2 - 3x - 4 < 0$. Einsetzen in die p/q-Formel liefert: $x_1 = -1$ und $x_2 = 4$. Da die linke Seite der Ungleichung kleiner als null sein soll ist der Bereich von $-1 < x < 4$ Lösungsmenge der Ungleichung.

4. Aufgabe

Die Aufgabe ist schwer! Statt des Fragezeichens sollte am besten eine zweite Variable zum Beispiel a eingeführt werden. Die zu lösende Gleichung lautet dann: $x(a - 2x) = 18$ nach auflösen der Klammer und umstellen ergibt sich: $x^2 - \frac{1}{2}ax + 9 = 0$. Beim Einsetzen in die p/q-Formel ist in diesem Falle $p = -\frac{1}{2}a$ und q = 9. Einsetzen in die p/q-Formel liefert:

$x_{1,2} = \frac{1}{4}a \pm \sqrt{\left(\frac{1}{16}a^2 - 9\right)}$. Damit diese Gleichung genau eine Lösung besitzt muss der

Ausdruck unter der Wurzel genau null ergeben: $\frac{1}{16}a^2 - 9 = 0$. Hieraus folgen $a_{1,2} = \pm 12$.

Für eine positive Lösung der Gleichung ist es nötig, dass a = +12 ist, da $\frac{1}{4}a$ positiv ein muss.

a = 12 ist also die Lösung der Aufgabe, wie gesagt recht schwierig.

5. Aufgabe

Der ursprüngliche Flächeninhalt beträgt 24m². Der neue Flächeninhalt beträgt 48m². Die Fläche des neuen Hühnerstalls berechnet sich wie folgt: $(2+x)\cdot(12-x)$. Die zu lösende Gleichung lautet also $(2+x)\cdot(12-x) = 48$. Lösungen für dieser Gleichungen sind $x_1 = 4$ und $x_2 = 6$. Beide Lösungen sind richtig.

Herr Pipo kann an der langen Seite seines Hühnerstalls entweder 4m oder 6m abtrennen und an der kürzeren wieder anfügen. Der Flächeninhalt beträgt jeweils 48m².